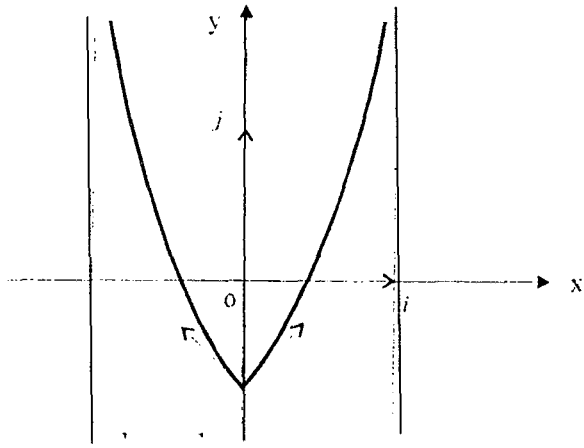

3°/ * $F(\alpha)=\frac{1}{2}Log(\frac{1+\alpha}{1-\alpha})-Log(1+\sqrt{2})$

* $A(k)=\int_0^{\alpha}f(t)dt-\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\alpha}g(t)dt$ or $f(\alpha)=\alpha \Rightarrow g(\alpha)=\alpha$

$\Rightarrow \frac{1}{2}Log\frac{\alpha^2}{1-\alpha^2}=\alpha$ d'où $F(\alpha)=\int_0^{\alpha}f(t)dt$

et $\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\alpha}g(t)dt=\frac{1}{2}\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\alpha}\log\frac{x^2}{1-x^2}dx=I$. Il en résulte que $A(k)=F(\alpha)-I$

$=\frac{1}{2}Log(\frac{1+\alpha}{1-\alpha})-Log(1+\sqrt{2})-\alpha^2+\frac{1}{2}Log(\frac{1+\alpha}{1-\alpha})-\log(1+\sqrt{2})$

$Log(\frac{1+\alpha}{1-\alpha})-2Log(1+\sqrt{2})-\alpha^2=$

Solution 3 :

A - 1°/ a) La fonction $x\mapsto\frac{x+Logx}{x}$ est continue sur $\mathbb{R}_+^*$ en particulier sur $]1,+\infty[$.

* La fonction $x\mapsto 1$ est continue sur **R** et en particulier sur $]-\infty,1[$

Continuité en 1 .

$\lim_{x\to 1^-}f(x)=1=f(1)$; $\lim_{x\to 1^+}f(x)=\lim_{x\to 1^+}\frac{x+Logx}{x}=1=f(1)$